



**Волинський національний університет імені Лесі Українки**  
**Кафедра теорії функцій та методики навчання математики**

**СИЛАБУС**

**обов'язкового освітнього компонента**

**ТЕОРІЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ**

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Рівень вищої освіти</b>         | Другий (магістерський)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Галузь знань</b>                | Е Природничі науки, математика та статистика                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Спеціальність</b>               | Е7 Математика                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Освітня програма</b>            | Математика                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Форма навчання</b>              | Денна                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Розробник (викладач)</b>        | Кальчук Інна Володимирівна, кандидат фіз.-мат. наук, доцент                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Контактна інформація</b>        | Електронна адреса викладача: Kalchuk.Inna@vnu.edu.ua<br>Телефон: 050-967-66-75                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Семестр, курс</b>               | 1 семестр, I курс                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Обсяг освітнього компонента</b> | Загальний обсяг: 4 кредити / 120 годин.<br>Аудиторних годин: 52; з них: лекцій – 24 год., практичних – 28 год.<br>Самостійної роботи: 60 годин.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Форма контролю</b>              | Екзамен                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Час занять</b>                  | Тижневих годин: 3 год.<br>Аудиторні заняття проводяться за розкладом: <a href="http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi">http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi</a><br>Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Анотація курсу</b>              | Освітній компонент «Теорія випадкових процесів» належить до переліку обов'язкових освітніх компонент, забезпечує професійний розвиток магістра та спрямована на формування в майбутнього фахівця основних понять, теоретичних положень і методів сучасної теорії випадкових процесів та вміння застосовувати їх до розв'язання фізичних та інших прикладних задач. Засвоєння даного курсу дозволяє студентам досліджувати закономірності зміни випадкових величин в часі. |
| <b>Предреквізити</b>               | Теорія випадкових процесів є одним з розділів теорії ймовірностей і читається як логічне продовження класичного курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика». Теорія випадкових процесів опирається на математичний апарат теорії ймовірностей, математичного аналізу, диференціальних рівнянь, функціонального аналізу та комплексного аналізу.                                                                                                                  |
| <b>Постреквізити</b>               | Результати навчання, здобуті при вивченні «Теорії випадкових процесів» дозволять студентам знати основні поняття теорії випадкових процесів, вміти вибирати методи і засоби розв'язування відповідних задач, вивчати математичні моделі випадкових явищ та закономірностей масових випадкових явищ. Теорія випадкових процесів – основний математичний апарат, що використовується для вивчення стохастичних систем, які моделюють більшість видів діяльності людини.     |

|                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Мета і завдання освітнього компонента</b></p> | <p>Метою вивчення освітнього компонента «Теорія випадкових процесів» є: ознайомлення та оволодіння основними математичними поняттями, теоретичними положеннями і методами сучасної теорії випадкових процесів, уміння будувати і досліджувати математичні моделі стохастичних за своєю природою фізичних та економічних явищ. При вивченні освітнього компонента формуються такі загальні та спеціальні компетентності:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК–1);</li> <li>• здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК–3);</li> <li>• здатність генерувати нові ідеї (ЗК–5);</li> <li>• здатність до виконання дослідницької роботи з елементами наукової новизни (ЗК–7);</li> <li>• знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (СК–1);</li> <li>• спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (СК–4);</li> <li>• спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (СК–5);</li> <li>• здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв’язування нових проблем у нових галузях знань (СК–8).</li> </ul> |
| <p><b>Результати навчання</b></p>                   | <p>Вивчення освітнього компонента «Теорія випадкових процесів» сприяє тому, що здобувачі будуть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії (ПРН-3-2);</li> <li>• володіти основами математичних дисциплін і теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів (ПРН-3-3);</li> <li>• володіти математичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів моделей, математичними способами інтерпретації числових даних та принципами функціонування природничих процесів (ПРН-3-4);</li> <li>• уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності (ПРН-У-1);</li> <li>• читати і розуміти фундаментальні розділи математичної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді (ПРН-У-2).</li> </ul> <p><i>До кінця навчання студенти будуть знати:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основні поняття загальної теорії випадкових процесів,</li> <li>• визначення випадкового процесу, траєкторії, закону розподілу,</li> </ul>                                                                                                                                                                                                 |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• визначення та основні властивості ланцюгів Маркова,</li> <li>• визначення та властивості головних типів випадкових процесів,</li> <li>• визначення марковського процесу,</li> <li>• рівняння Чепмена-Колмогорова,</li> <li>• визначення та властивості випадкових процесів з незалежними приростами,</li> <li>• процеси Пуассона,</li> <li>• процес Вінера,</li> <li>• процеси загибелі і розмноження,</li> <li>• застосування в системі масового обслуговування,</li> <li>• кореляційний аналіз випадкових процесів,</li> <li>• неперервність, диференціювання та інтегрування випадкових процесів,</li> <li>• визначення та властивості стаціонарних випадкових процесів,</li> <li>• означення мартингалів та напівмартингалів.</li> </ul> <p><i>До кінця навчання студенти набудуть таких умінь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знаходити матриці переходу за <math>n</math> кроків для ланцюгів Маркова,</li> <li>• обчислювати граничні ймовірності для ланцюгів Маркова з дискретним та неперервним часом,</li> <li>• доводити ергодичну теорему маркова,</li> <li>• класифікувати стани дискретних ланцюгів Маркова,</li> <li>• доводити ергодичну теорему Маркова, теорему солідарності та критерій зворотності,</li> <li>• виражати <math>n</math>-вимірний закон розподілу процесу Маркова через одновимірні та двовимірні закони розподілу,</li> <li>• виводити рівняння Чепмена-Колмогорова,</li> <li>• використовувати диференціальні рівняння Колмогорова,</li> <li>• класифікувати випадкові процеси,</li> <li>• обчислювати основні характеристики випадкових процесів: функцію розподілу, щільність, кореляційні функції,</li> <li>• знаходити спектральні зображення стаціонарних випадкових процесів,</li> <li>• використовувати мартингали на напівмартингали у випадках дискретного часу та неперервного часу.</li> </ul> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Структура освітнього компонента

| Назви змістових модулів і тем                                                               | Усього     | Лек.      | Практ.    | Конс.    | Сам. роб. | *Форма контролю/<br>Бали |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|-----------|----------|-----------|--------------------------|
| <b>Змістовий модуль I. Марківські процеси</b>                                               |            |           |           |          |           |                          |
| Тема 1. Дискретні ланцюги Маркова                                                           | 21         | 4         | 6         | 1        | 10        | УО, РЗ/<br>10            |
| Тема 2. Процеси з незалежними приростами                                                    | 20         | 4         | 4         | 2        | 10        | УО, РЗ/<br>5             |
| Тема 3. Марківські процеси з неперервним часом                                              | 19         | 4         | 4         | 1        | 10        | УО, РЗ/<br>10            |
| ІНДЗ 1                                                                                      |            |           |           |          |           | 10                       |
| Модульна контрольна робота 1                                                                |            |           |           |          |           | 15                       |
| <b>Разом за модулем I</b>                                                                   | <b>60</b>  | <b>12</b> | <b>14</b> | <b>4</b> | <b>30</b> | <b>50</b>                |
| <b>Змістовий модуль II. Кореляційний аналіз випадкових процесів. Інші випадкові процеси</b> |            |           |           |          |           |                          |
| Тема 4. $L_2$ -теорія випадкових процесів                                                   | 19         | 4         | 4         | 1        | 10        | УО, РЗ/<br>10            |
| Тема 5. Стаціонарні процеси. Спектральні зображення.                                        | 22         | 4         | 6         | 2        | 10        | УО, РЗ/<br>10            |
| Тема 6. Мартингали і напівмартингали.                                                       | 19         | 4         | 4         | 1        | 10        | УО, РЗ/<br>5             |
| ІНДЗ 2                                                                                      |            |           |           |          |           | 10                       |
| Модульна контрольна робота 2                                                                |            |           |           |          |           | 15                       |
| <b>Разом за модулем II</b>                                                                  | <b>60</b>  | <b>12</b> | <b>14</b> | <b>4</b> | <b>30</b> | <b>50</b>                |
| <b>Всього годин / Балів</b>                                                                 | <b>120</b> | <b>24</b> | <b>28</b> | <b>8</b> | <b>60</b> | <b>100</b>               |

Форма контролю\*: УО – усне опитування, РЗ – розв’язування задач, ІНДЗ – індивідуальне завдання.

## Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 14 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 20 год:
  - Випадкове блукання по прямій і решітці
  - Процес Паскаля
  - Система масового обслуговування з чергами
  - Процеси відновлення
  - Стрибкові марковські процеси
  - Гіллясті процеси
  - Прогноз і фільтрація стаціонарних випадкових процесів
3. Виконання ІНДЗ – 14 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед екзаменом – 12 год.

## Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzhM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Кількості балів ставиться у відповідність рівні європейської кредитно-трансферної системи (ЄКТС) та традиційної національної системи оцінювання. Оцінка включає в себе поточний контроль (оцінюється робота на парах, вчасне і якісне виконання домашніх завдань) та підсумковий модульний контроль (письмові модульні контрольні роботи). Максимальна кількість балів, яку може заробити студент під час поточного оцінювання за семестр – 70 балів. Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за всі модульні контрольні роботи. Максимальна кількість балів, яку може заробити студент під час модульного контролю за семестр складає 30 балів.

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/BteZd6Gd>) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Передбачається виконання індивідуальних завдань. Варіант ІНДЗ включає себе набір задач, що охоплюють вивчений курс. Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі із змістовних модулів (перша контрольна робота з тем 1-3, друга контрольна робота з тем 4-6).

Якщо за результатами семестру накопичено не менше 75 балів і студент погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр може виставлятися без складання екзамену. В іншому разі студент складає екзамен; максимальна кількість балів, яку можна отримати на екзамені – 30 балів. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Екзамен проходить у письмовій формі.

Студенту на екзамені пропонується дати розгорнуту відповідь на два теоретичні питання і розв'язати 2 задачі, по одній із кожної модульної контрольної роботи. Оцінка за семестр у випадку складання екзамену є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час екзамену.

## Перелік питань до екзамену

1. Означення ланцюга Маркова. Матриця переходу.
2. Ймовірність переходу за  $n$  кроків (рівність Маркова, матриця переходу за  $n$  кроків).
3. Ймовірність перебування системи в заданому стані на  $n$ -му кроці.
4. Ергодична теорема Маркова. Обчислення фінальних ймовірностей.
5. Класифікація станів. Критерій зворотності. Теорема солідарності.
6. Періодичні ланцюги Маркова.
7. Випадковий процес Пуассона.
8. Випадковий процес Вінера.
9. Випадкові процеси з неперервним часом: загальні означення.
10. Ланцюги Маркова з неперервним часом. Перехідні ймовірності.
11. Система диф. рівнянь Колмогорова. Ергодична теорема для ланцюгів Маркова з неперервним часом. Обчислення граничних ймовірностей.
12. Процеси загибелі і розмноження.
13. Система масового обслуговування з втратами. Рівняння Ерланга.
14. Математичне сподівання та дисперсія.
15. Кореляційна функція (нормована, взаємна).
16. Характеристики комплексних випадкових процесів.
17. Неперервність випадкового процесу.
18. Похідна випадкового процесу.
19. Інтегрування випадкових процесів.
20. Стаціонарні в широкому розумінні випадкові процеси.
21. Спектральні зображення.
22. Мартингали, напівмартингали.

## Шкала оцінювання знань здобувачів освіти з формою контролю – екзамен

| Оцінка в балах | Лінгвістична оцінка | Оцінка за шкалою ECTS |                                            |
|----------------|---------------------|-----------------------|--------------------------------------------|
|                |                     | оцінка                | пояснення                                  |
| 90–100         | Відмінно            | A                     | відмінне виконання                         |
| 82–89          | Дуже добре          | B                     | вище середнього рівня                      |
| 75–81          | Добре               | C                     | загалом хороша робота                      |
| 67–74          | Задовільно          | D                     | непогано                                   |
| 60–66          | Достатньо           | E                     | виконання відповідає мінімальним критеріям |
| 1–59           | Незадовільно        | Fx                    | необхідне перескладання                    |

## Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/SteZfYIg>).

## **Політика викладача щодо здобувача освіти**

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/VteZfCaL>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПП.

## **Політика щодо академічної доброчесності**

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigl>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

## **Політика щодо дедлайнів та перескладання**

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу.

Перескладання модульних контрольних робіт не допускається. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

## **Опитування**

По завершенню курсу студентам буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

## Рекомендована література

### Методичне забезпечення

1. Кальчук І. В. Випадкові процеси: методичні рекомендації. Луцьк : Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2021. 55 с.
2. Кальчук І.В., Жигалло Т.В. Теорія ймовірностей (конспект лекцій). Луцьк: Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2021. 93 с.
3. Сорока Л.І. Основні дискретні і неперервні розподіли. Методична розробка. Волинський національний університет імені Лесі Українки, 2010. 34 с.

### Основна література

1. Сеньо П.С. Випадкові процеси: [підручник для студентів ВНЗ]. – Львів: Компакт, 2006. 288 с.
2. Мішура Ю.С., Ральченко К.В., Сахно Л.М., Шевченко Г.М. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник / 2-ге вид., випр. і допов. К. : ВПЦ "Київський університет", 2023. 496 с.
3. Гусак Д. В., Кукуш О.Г., Кулик О.М., Мішура Ю. С., Пилипенко А.Ю. Збірник задач з теорії випадкових процесів та її застосувань. К. : ВПЦ «Київський університет», 2008.
4. Новицький І.В., Ус С.А. Випадкові процеси: навчальний посібник. Д.: Національний гірничий університет, 2011. 125 с.
5. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів. К. : Либідь, 1990. 168 с.
6. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика: навч. посібник. К.: Київський університет, 2008. 504 с

### Додаткова література

1. Погоруй А. О., Чемерис О.А. Вступ до теорії випадкових процесів: навчальний посібник. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2020. 70 с.
2. Коломієць С.В. Теорія випадкових процесів: практикум. Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”. Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2011. 80 с.
3. Oliver Knill. Probability Theory and Stochastic Processes with Applications. Overseas Press, 2009. 373 p.

## Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Кальчук І.В.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методики навчання математики  
протокол № 2 від 17 вересня 2025 р.

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.

