



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

обов'язкового освітнього компонента

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика (редакція 2023 року)
Форма навчання	Денна
Розробник (викладач)	Волошина Тетяна Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: tetianavoloshyna@gmail.com Телефон: 050-26-28-392
Семестр, курс	1-2 семестр, I курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 8 кредитів / 240 годин. Аудиторних годин: 122; з них: лекцій – 60 год., практичних – 62 год. Самостійної роботи: 102 години.
Форма контролю	Екзамен (1 семестр), екзамен (2 семестр)
Час занять	Тижневих годин: 1 семестр – 4 год; 2 семестр – 3 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація освітнього компонента	У лінійній алгебрі вивчається матричне числення, теорія лінійних систем, алгебра многочленів, скінченновимірні векторні простори, лінійні оператори та квадратичні форми, а також елементи загальної алгебри. Усі ці складові тісно пов'язані між собою. Через весь курс проходить поняття лінійного векторного простору та лінійного перетворення. Розглядаються різні моделі лінійних просторів: числові векторні простори використовуються при вивченні систем лінійних рівнянь; розглядаються геометричні інтерпретації алгебраїчних понять; у другому семестрі вивчаються лінійні векторні простори, елементами яких є матриці, лінійні оператори, многочлени. Для частини понять вводяться аксіоматичні означення і подальший виклад матеріалу формалізований. Ідеї та методи лінійної алгебри є потужним апаратом дослідження цілого ряду математичних та прикладних наук.
Предреквізити освітнього компонента	Основи теорії множин та елементи математичної логіки, що вивчаються в «Дискретній математиці»; елементи векторної алгебри, загальні рівняння прямих та площин, що вивчаються в «Аналітичній геометрії»; елементарна математика в обсязі програми закладів загальної середньої освіти.
Постреквізити освітнього компонента	Безпосереднє застосування результатів навчання лінійної алгебри при вивченні дисциплін «Аналітична геометрія», «Алгебра і теорія чисел» та «Математичний аналіз II», а також усіх тих освітніх компонентів, що використовують результати навчання вищеназваних.
Мета вивчення освітнього компонента	Формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; оволодіння теоретичними основами, понятійним апаратом та

	методами лінійної алгебри, основами загальної алгебри; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці; формування таких загальних та спеціальних компетентностей: • здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1); • знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3); • здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7); • здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-9); • визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК-13); • здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності (ЗК-16); • здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1); • здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК-3); • здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих (СК-4); • здатність до кількісного мислення (СК-5); • здатність зберігати та примножувати традиції волинської математичної наукової школи (СК-11).
Результати навчання	Вивчення лінійної алгебри сприяє тому, що здобувачі будуть: • знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (ПРН-3); • розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН-4); • розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН-10); • розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН-11); • знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур (ПРН-15); • знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної (ПРН-18); • знати основні події життєвого та творчого шляху видатних культурних та наукових діячів Волині, здобутки волинської математичної спільноти (ПРН-24).

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					Форма контролю / Бали
	Усього	у тому числі				
		Лекції	Практичні заняття	Консультації	Самостійна робота	
Змістовий модуль 1. Системи лінійних рівнянь						
Тема 1. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса.	9,5	2	2	0,5	5	РЗ / 5
Тема 2. Матриці. Дії з матрицями. Ранг.	7,5	2	2	0,5	3	
Тема 3. Визначники матриць. Їх властивості та методи обчислення.	13,5	4	4	0,5	5	РЗ / 5
Тема 4. Числові векторні простори	11	4	2	1	4	РЗ / 5
Тема 5. Критерій сумісності та критерій визначеності системи лінійних рівнянь	7	2	2		3	РЗ / 5
Тема 6. Розв'язки неоднорідної та відповідної однорідної систем лінійних рівнянь	7,5	2	2	0,5	3	
Тема 7. Обернена матриця	12	2	4	1	5	РЗ / 5
Разом за змістовим модулем 1	68	18	18	4	28	25 б.
Змістовий модуль 2. Поля і многочлени						
Тема 8. Основні алгебраїчні структури.	12	4	2	1	5	РЗ / 5
Тема 9. Комплексні числа.	17	4	6	1	6	
Тема 10. Елементи теорії подільності многочленів.	17	6	4	1	6	РЗ / 5
Тема 11. Корені многочлена.	18	4	6	1	7	РЗ / 5
Разом за змістовим модулем 2	64	18	18	4	24	15 б.
Всього годин / балів у I семестрі	132	36	36	8	52	40 б.
Види підсумкових робіт у I семестрі						Бали
Модульна контрольна робота за ЗМ 1						30
Модульна контрольна робота за ЗМ 2						30
Всього балів за МКР у I семестрі						60
Змістовий модуль 3. Лінійні векторні простори						
Тема 12. Лінійні векторні простори	15	4	4	1	6	РЗ / 5
Тема 13. Лінійні оператори, їх матриці. Алгебра лінійних операторів.	15	4	4	1	6	РЗ / 5
Тема 14. Власні значення та власні вектори лінійного оператора	15	4	4	1	6	РЗ / 5
Тема 15. Жорданова нормальна форма.	17	4	4	1	8	РЗ / 5
Всього за темами 12-15	62	16	16	4	26	20 б.
Тема 16. Евклідов простір	17	4	4	1	8	РЗ / 5
Тема 17. Білінійні та квадратичні форми	18	4	4	2	8	РЗ / 10
Тема 18. Застосування квадратичних форм	11		2	1	8	РЗ / 5
Всього за темами 16-18	46	8	10	4	24	20 б.
Разом за змістовим модулем 3	108	24	26	8	50	40 б.
Всього годин / балів у II семестрі	108	24	26	8	50	40 б.
Види підсумкових робіт у II семестрі						Бали
Модульна контрольна робота за Т 12-15						30
Модульна контрольна робота за Т 16-18						30
Всього балів за МКР у II семестрі						60
Всього годин за навчальний рік	240	60	62	16	102	

* РЗ – розв'язування задач

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки <https://bit.ly/3RXsLvA>.

Оцінювання навчальних досягнень з лінійної алгебри здійснюється за 100 бальною шкалою. Кожен семестр оцінюється незалежно. Оцінка включає в себе поточний контроль (оцінюється робота на парах, вчасне і якісне виконання домашніх завдань, самостійне розв'язання індивідуальних завдань) та підсумковий модульний контроль (письмові модульні контрольні роботи). Максимальна кількість балів, яку може накопичити здобувач під час поточного оцінювання за семестр – 40 балів. Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за всі модульні контрольні роботи (МКР). Максимальна кількість балів, яку може накопичити здобувач під час модульного контролю за семестр, складає 60 балів. Призери студентської математичної олімпіади можуть отримати додаткові (бонусні) бали за правильне розв'язання задач з лінійної алгебри на олімпіаді (проводиться у грудні або у лютому).

Предбачається виконання індивідуальних домашніх завдань, які містять набори задач, що охоплюють одну або кілька близьких тем. Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі відповідного змістового модуля і теоретичне питання з обґрунтуванням. Розподіл балів між завданнями у межах письмової модульної роботи та критерії їх оцінювання вказані у відповідній модульній роботі.

При оцінюванні окремого завдання (задачі) викладач керується наступними критеріями оцінювання:

- правильно розв'язана задача із повним обґрунтуванням усіх кроків (повністю та послідовно викладене теоретичне питання з доведенням та прикладами) оцінюється максимальною кількістю балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, у викладках до якої допущено незначні недоліки, наявні прогалини у обґрунтуванні деяких кроків (теоретичне питання з неповним доведенням, без наведених прикладів, викладено непослідовно) оцінюється кількістю балів у межах 75-95% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, проте у її розв'язанні допущено суттєві помилки, висновки необґрунтовані (виклад теоретичного питання непослідовний, неповний, без доведень та прикладів, з неточностями у формулюваннях), оцінюється кількістю балів у межах 50-74% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача розв'язана не до кінця, з суттєвими помилками та прогалинами у розв'язанні, висновки відсутні (частковий виклад теоретичного питання, без доведень та прикладів, з суттєвими помилками), оцінюється кількістю балів у межах 25-49% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, проте наведені окремі продуктивні міркування та обчислення, які можуть привести до часткових чи проміжних результатів (поверхневий виклад міркувань щодо теоретичного питання, доведення відсутні, допущено грубі помилки), оцінюється кількістю балів у межах 11-24% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, наведені міркування та обчислення не привели до часткових чи проміжних результатів (містяться фрагментарні міркування щодо теоретичного питання, хибні твердження, неправильні формули), оцінюється кількістю балів, що не перевищує 10% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання.

Якщо за результатами семестру накопичено не менше 75 балів і здобувач погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр може виставлятися без складання іспиту. В іншому разі студент складає іспит; максимальна кількість балів, яку можна отримати на іспиті – 60 балів. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Екзамени проходять у письмовій формі. У кожному екзаменаційному білеті міститься по два теоретичних питання, а також набір задач, вибраних із кожної модульної контрольної роботи відповідного семестру (по 1-2 задачі). Оцінка за семестр у випадку

складання іспиту є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час іспиту. Переліки питань до екзамену для кожного із семестрів, перелік тем для самостійного опрацювання, завдання для аудиторної роботи та домашні завдання можна завантажити у дистанційному курсі за посиланням <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/course/view.php?id=13>.

Перелік питань до іспиту I семестр

1. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Геометрична інтерпретація. Матрична та векторна форма запису системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Зведення системи лінійних рівнянь до стандартної форми за допомогою елементарних перетворень.
2. Матриці. Дії над матрицями. Властивості дій.
3. Визначник матриці. Означення, його властивості, способи обчислення.
4. Розклад визначника матриці за елементами рядка (стовпця).
5. Обернена матриця, критерій її існування та методи обчислення.
6. Числові векторні простори. Дії над числовими векторами та їх властивості.
7. Лінійна залежність систем векторів. Властивості лінійно залежних і лінійно незалежних систем векторів.
8. Поняття базису та розмірності векторного простору. Теорема про однозначність розкладу вектора через вектори базису.
9. Ранг матриці. Теорема про рівність стовпцевого та рядкового рангів матриці. Критерій рівності визначника матриці нулю.
10. Критерій сумісності системи лінійних алгебраїчних рівнянь (теорема Кронекера-Капеллі).
11. Критерій визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
12. Теорема Крамера. Формули Крамера розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
13. Підпростір розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь; його розмірність.
14. Теорема про множину розв'язків неоднорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
15. Означення групи. Приклади груп.
16. Означення кільця. Приклади.
17. Означення поля. Приклади.
18. Ізоморфізми груп та кілець.
19. Алгебраїчна та тригонометрична форми комплексного числа.
20. Дії з комплексними числами в алгебраїчній та тригонометричній формі. Формула Муавра.
21. Добування коренів n -ого степеня з комплексного числа.
22. Теорема про ділення з остачею для многочленів. Схема Горнера. Властивості відношення подільності многочленів.
23. Найбільший спільний дільник двох многочленів. Алгоритм Евкліда.
24. Критерій взаємної простоти двох многочленів. Властивості взаємно простих многочленів.
25. Корені многочлена. Теорема Безу та наслідок з неї. Теорема про найбільшу кількість коренів многочлена. Основна теорема алгебри.
26. Кратні корені многочлена. Теорема про кратність коренів многочлена та його похідної.
27. Незвідні над полем многочлени. Теорема про розклад на незвідні множники. Теорема про незвідні над полем дійсних чисел многочлени.
28. Раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами.
29. Теорема Вієта.

II семестр

1. Лінійний векторний простір. Приклади.
2. Лінійна залежність векторів. Властивості лінійно залежних і лінійно незалежних систем векторів. Лінійна оболонка. Ранг системи векторів.
3. Поняття базису та розмірності векторного простору. Однозначність розкладу вектора через вектори базису.
4. Підпростір лінійного векторного простору. Критерій підпростору. Приклади підпросторів.
5. Сума і перетин підпросторів. Теорема Грасмана.
6. Координати вектора. Перетворення координат вектора при зміні базису. Матриця переходу від одного базису до іншого.

7. Означення лінійного оператора. Матриця лінійного оператора. Зв'язок між координатами вектора і його образа при лінійному відображенні.
8. Перетворення матриці лінійного оператора при зміні базису.
9. Ядро та образ лінійного оператора.
10. Власні значення і власні вектори лінійного оператора, їх властивості.
11. Характеристичний многочлен матриці та лінійного оператора; множина його коренів.
12. Достатня умова зведення матриці лінійного оператора до діагонального вигляду.
13. Жорданова нормальна форма лінійного оператора.
14. Теорема Гамільтона-Келі.
15. Евклідов простір. Приклади. Скалярне множення векторів, його властивості.
16. Кут між векторами в евклідовому просторі.
17. Довжина вектора в евклідовому просторі. Властивості довжини.
18. Нерівність Коші - Буняковського в евклідовому просторі.
19. Ортогональні вектори. Теорема про ортогоналізацію системи векторів.
20. Ортонормований базис. Вигляд скалярного добутку в ортонормованому базисі.
21. Ортогональні лінійні оператори, їх матриці. Властивості ортогональних матриць.
22. Ортогональні лінійні оператори. Їх властивості.
23. Білінійні форми. Задання білінійної форми матрицею. Перетворення матриці білінійної форми при зміні базису.
24. Симетричні та кососиметричні білінійні форми.
25. Квадратичні форми, їх канонічний вигляд.
26. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду методом ортогональних перетворень.
27. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного виду.
28. Метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.
29. Закон інерції дійсних квадратичних форм.
30. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сільвестра додатної визначеності.

Політика викладача щодо здобувача

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки, загально-прийнятих морально-етичних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття без поважних причин; користування мобільним телефоном або іншими мобільними пристроями під час заняття не з навчальною метою, зокрема розмови, переписка, ігри та інші розваги; списування. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. У випадку запровадження дистанційної форми навчання, що може бути пов'язано із карантинном, надзвичайними ситуаціями, воєнним станом і т. ін., заняття проводитимуться в режимі відео конференції Zoom та / або з використанням платформи Moodle <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/> . Матеріал пропущених занять здобувач опрацьовує самостійно, звітує про виконання викладачу в індивідуальному порядку. Пропущені заняття не звільняють студента від вчасного виконання модульних контрольних робіт разом із групою.

Перезарахування окремих змістових модулів, модульних контрольних заходів в межах освітнього компонента регламентується Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки <https://bit.ly/3Bdq6qP> .

Політика щодо академічної доброчесності

Під час навчання учасники освітнього процесу зобов'язані дотримуватися академічної доброчесності: етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності <https://cutt.ly/DwloGWXB> .

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу.

Перескладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література та Інтернет-ресурси

Основна

1. Волошина Т.В. Лінійна алгебра : навч. посіб. Луцьк: Вежа-Друк, 2021. 312 с.
2. Калужнін Л.А., Вишенський В.А., Шуб Ц.О. Лінійні простори : підручник. К. : ВПЦ «Київський університет», 2010. 384 с.
3. Чарін В.С. Лінійна алгебра : навч. посіб. К. : Техніка, 2004. 416 с.
4. Дистанційний курс <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/course/view.php?id=13>

Додаткова

1. Андрійчук В.І., Забавський Б.В. Лінійна алгебра : навч. посіб. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2008. 226 с.
2. Алексеева І.В., Гайдей В.О., Диховничий О.О., Федорова Л.Б. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Практикум. Конспект лекцій. К.: НТУУ «КПІ», 2014. 302 с.
3. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г., Кочубінська Є.А. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету. К.: ВПЦ «Київський університет», 2019. 224 с.
4. Бондарчук Ю.В., Олійник Б.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. К. : Києво-Могилянська академія, 2010. 176 с.
5. Волошина Т.В. Вибрані питання лінійної алгебри та аналітичної геометрії : навч. посіб. для студ. спец. «Інформатика». Луцьк: РВВ ВНУ імені Лесі Українки, 2010. 116 с.
6. Ілляшенко В.Я., Кремінь В.М. Аналітична геометрія та лінійна алгебра : навч.-метод. посіб. Ч. 2. Комплексні числа і многочлени. Луцьк: РВВ ВНУ імені Лесі Українки, 2010. 95 с.
7. Панасенко О.Б. Лекції з лінійної алгебри: електрон. навч. посіб. Вінниця, 2015. 273 с.
8. Романів О.М. Лінійна алгебра : навч. посіб. Львів: І.Е. Чижиков, 2014. 279 с.
9. Рудавський Ю.К. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Львів: Бескид Біт, 2002. 256 с.
10. Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Луник Х.П., Уханська Д.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. підр. Львів: Бескид Біт, 2002. 262 с.

Затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики

протокол № 3 від 25.09. 2024 р.

Завідувач кафедри

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Федуник-Яремчук О.В.

Волошина Т.В.