



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

обов'язкового освітнього компонента

АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика (редакція 2023 року зі змінами 2025 року)
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Волошина Тетяна Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: tetianavoloshyna@gmail.com Телефон: 050-26-28-392
Семестр, курс	3-4 семестр, II курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 6 кредитів / 180 годин. Аудиторних годин: 114; з них: лекцій – 56 год., практичних – 58 год. Самостійної роботи: 54 години.
Форма контролю	Екзамен (1 семестр), екзамен (2 семестр)
Час занять	Тижневих годин: 1 семестр – 3 год; 2 семестр – 3,5 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: https://ps.vnu.edu.ua/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація освітнього компонента	В обов'язковому курсі «Алгебра і теорія чисел» розглядаються основні алгебраїчні структури: групи, кільця та поля, теорія подільності в кільці цілих чисел, конгруенції з однією невідомою, числові функції. Алгебра і теорія чисел включає в себе, з одного боку, традиційний найдавніший розділ математики – теорію чисел, а з іншого боку – відносно новий і один із найбільш абстрактних її розділів – загальну алгебру. Ці частини курсу тісно пов'язані між собою. Абстрактна теорія подільності у кільцях є узагальненням теорії подільності цілих чисел. Ще одним важливим і фундаментальним поняттям, якому приділяється значна увага, є поняття групи. Систематично розглядаються різноманітні приклади груп: матричні групи, групи підстановок, групи лінійних операторів, групи симетрій та групи рухів геометричних фігур, числові групи. Теоретико-числові методи та ідеї, основні алгебраїчні структури покладені у фундамент сучасної математики, вони є основою та інструментами дослідження цілого ряду математичних та прикладних наук.
Предреквізити освітнього компонента	Основи теорії множин та елементи математичної логіки, що вивчаються в «Дискретній математиці» та «Математичній логіці»; елементи матричної алгебри, многочлени від однієї змінної, комплексні числа, що вивчаються в «Лінійній алгебрі»; елементарна математика в обсязі програми закладів загальної середньої освіти.
Постреквізити освітнього компонента	Безпосереднє застосування результатів навчання алгебри і теорії чисел при вивченні дисциплін «Топологія», «Диференціальна геометрія», а також усіх тих освітніх компонентів, що використовують результати навчання вищеназваних.

Мета вивчення освітнього компонента	Формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; оволодіння теоретичними основами та понятійним апаратом загальної алгебри, теоретико-числовими методами; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці; формування таких загальних та спеціальних компетентностей: • здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1); • знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-3); • здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-7); • здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-9); • визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК-13); • здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності (ЗК-16); • здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (СК-1); • здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (СК-3); • здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих (СК-4); • здатність до кількісного мислення (СК-5); • здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (СК-8); • здатність зберігати та примножувати традиції волинської математичної наукової школи (СК-11).
Результати навчання	Вивчення алгебри і теорії чисел сприяє тому, що здобувачі будуть: • знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (ПРН-3); • розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (ПРН-4); • розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН-10); • розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН-11); • знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур (ПРН-15).

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					Форма контролю / Бали
	Усього	у тому числі				
		Лекції	Практичні заняття	Консультації	Самостійна робота	
Змістовий модуль 1. Основи теорії чисел						
Тема 1. Теорія подільності цілих чисел	25	6	10	1	8	РЗ / 25
Тема 2. Основні числові функції	23	6	8	1	8	РЗ / 20
Разом за змістовим модулем 1	48	12	18	2	16	45 б.
Змістовий модуль 2. Конгруенції в кільці цілих чисел						
Тема 3. Відношення конгруентності цілих чисел за натуральним модулем	25	10	6	1	8	РЗ / 15
Тема 4. Застосування теорії конгруенцій	17	4	4	1	8	РЗ / 10
Разом за змістовим модулем 2	42	14	10	2	16	25 б.
Всього годин / балів за I семестр	90	26	28	4	32	70 б.
Види підсумкових робіт у I семестрі						Бали
Модульна контрольна робота за ЗМ 1						15
Модульна контрольна робота за ЗМ 2						15
Всього балів за МКР у I семестрі						30
Змістовий модуль 3. Основи теорії груп						
Тема 5. Групи. Властивості та приклади груп.	17	6	8	1	2	РЗ / 15
Тема 6. Розклад групи за підгрупою. Фактор-група.	13	4	4	1	4	РЗ / 10
Тема 7. Гомоморфізми та ізоморфізми груп	14	4	4	2	4	РЗ / 10
Разом за змістовим модулем 3	44	14	16	4	10	35 б.
Змістовий модуль 4. Кільця і поля						
Тема 8. Кільця. Ідеали кілець.	19	8	6	1	4	РЗ / 15
Тема 9. Поля. Характеристика поля. Прості поля.	13	4	4	1	4	РЗ / 10
Тема 10. Просте алгебраїчне розширення поля	14	4	4	2	4	РЗ / 10
Разом за змістовим модулем 4	46	16	14	4	12	35 б.
Всього годин / балів за II семестр	90	30	30	8	22	70 б.
Види підсумкових робіт у II семестрі						Бали
Модульна контрольна робота за ЗМ 3						15
Модульна контрольна робота за ЗМ 4						15
Всього балів за МКР у II семестрі						30
Усього годин за навчальний рік	180	56	58	12	54	

* РЗ – розв'язування задач

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки <https://cutt.ly/yrNruzM>.

Оцінювання навчальних досягнень з алгебри і теорії чисел здійснюється за 100 бальною шкалою. Кожен семестр оцінюється незалежно. Оцінка включає в себе поточний контроль (оцінюється робота на парах, вчасне і якісне виконання домашніх завдань, самостійне розв'язання індивідуальних завдань) та підсумковий модульний контроль (письмові модульні контрольні роботи). Максимальна кількість балів, яку може накопичити здобувач під час поточного оцінювання за семестр – 70 балів. Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за всі (дві) модульні контрольні роботи (МКР). Максимальна кількість балів, яку може накопичити здобувач під час модульного контролю за семестр, складає 30 балів. Призери студентської математичної олімпіади можуть отримати додаткові (бонусні) бали за правильне розв'язання задач з алгебри та теорії чисел на олімпіаді (проводиться у грудні або у лютому).

Передбачається виконання індивідуальних домашніх завдань, які містять набори задач, що охоплюють одну або кілька близьких тем. Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі відповідного змістового модуля і теоретичне питання з обґрунтуванням. Розподіл балів між завданнями у межах письмової модульної роботи та критерії їх оцінювання вказані у відповідній модульній роботі.

При оцінюванні окремого завдання (задачі) викладач керується наступними критеріями оцінювання:

- правильно розв'язана задача із повним обґрунтуванням усіх кроків (повністю та послідовно викладене теоретичне питання з доведенням та прикладами) оцінюється максимальною кількістю балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, у викладках до якої допущено незначні недоліки, наявні прогалини у обґрунтуванні деяких кроків (теоретичне питання з неповним доведенням, без наведених прикладів, викладено непослідовно) оцінюється кількістю балів у межах 75-95% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, проте у її розв'язанні допущено суттєві помилки, висновки необґрунтовані (виклад теоретичного питання непослідовний, неповний, без доведень та прикладів, з неточностями у формулюваннях), оцінюється кількістю балів у межах 50-74% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача розв'язана не до кінця, з суттєвими помилками та прогалинами у розв'язанні, висновки відсутні (частковий виклад теоретичного питання, без доведень та прикладів, з суттєвими помилками), оцінюється кількістю балів у межах 25-49% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, проте наведені окремі продуктивні міркування та обчислення, які можуть привести до часткових чи проміжних результатів (поверхневий виклад міркувань щодо теоретичного питання, доведення відсутні, допущено грубі помилки), оцінюється кількістю балів у межах 11-24% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, наведені міркування та обчислення не привели до часткових чи проміжних результатів (містяться фрагментарні міркування щодо теоретичного питання, хибні твердження, неправильні формули), оцінюється кількістю балів, що не перевищує 10% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання.

Якщо за результатами семестру накопичено не менше 75 балів і здобувач погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр може виставлятися без складання іспиту. В іншому разі студент складає іспит; максимальна кількість балів, яку можна отримати на іспиті – 30 балів. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Екзамени проходять у письмовій формі. У кожному екзаменаційному білеті міститься по два теоретичних питання, а також набір задач, вибраних із кожної модульної

контрольної роботи відповідного семестру (по 1-2 задачі). Оцінка за семестр у випадку складання іспиту є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час іспиту. Переліки питань до екзамену для кожного із семестрів, перелік тем для самостійного опрацювання, завдання для аудиторної роботи та домашні завдання можна завантажити у дистанційному курсі за посиланням <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/course/view.php?id=14>.

Перелік питань до іспиту

І семестр

1. Відношення подільності цілих чисел. Його основні властивості.
2. Теорема про ділення з остачею для цілих чисел.
3. Означення найбільшого спільного дільника двох цілих чисел. Теорема про його існування та лінійне зображення.
4. Алгоритм Евкліда відшукування НСД двох цілих чисел.
5. Властивості НСД двох цілих чисел.
6. Означення найбільшого спільного дільника кількох цілих чисел ($k \geq 2$). Теорема про НСД кількох цілих чисел.
7. Взаємно прості числа. Критерій взаємної простоти.
8. Властивості взаємно простих цілих чисел.
9. Означення найменшого спільного кратного двох цілих чисел. Теорема про зв'язок НСД та НСК двох цілих чисел.
10. Означення найменшого спільного кратного кількох цілих чисел ($k \geq 2$). Теорема про НСК кількох цілих чисел.
11. Означення простого і складеного числа. Рівносильність означень складеного числа.
12. Властивості простих і складених чисел.
13. Теорема Евкліда.
14. Основна теорема арифметики.
15. Ціла та дробова частини числа. Означення і найпростіші властивості.
16. Графіки функцій $y = [x]$ та $y = \{x\}$.
17. Теореми застосування функції антьє у теорії чисел.
18. Кількість натуральних дільників числа.
19. Сума натуральних дільників числа.
20. Мультиплікативність числових функцій $\tau(n)$ та $\sigma(n)$.
21. Функція Ейлера, її мультиплікативність.
22. Формули для обчислення значення функції Ейлера.
23. Відношення конгруентності цілих чисел за натуральним модулем. Його властивості. Рівносильність означень конгруентних за модулем цілих чисел.
24. Властивості конгруенцій.
25. Повна система лишків та зведена система лишків за натуральним модулем. Теореми про повну і зведену системи лишків.
26. Теореми Ейлера і Ферма.
27. Конгруенції з одним невідомим. Розв'язки конгруенції. Перетворення конгруенції, що не змінюють множини її розв'язків.
28. Лінійні конгруенції з одним невідомим. Теореми про розв'язки лінійної конгруенції.
29. Методи розв'язування лінійних конгруенцій.
30. Системи лінійних конгруенцій. Теорема про розв'язок системи лінійних конгруенцій.
31. Конгруенції n – го степеня за простим модулем. Пониження степеня.
32. Теореми про кількість розв'язків конгруенції n – го степеня за простим модулем.
33. Квадратичні лишки і нелишки за простим модулем.
34. Теорема про кількість квадратичних лишків і нелишків за простим модулем.
35. Конгруенції другого степеня за простим модулем. Теорема про кількість розв'язків.
36. Критерій Ейлера.
37. Показники за модулем натурального числа.
38. Властивості показників за модулем натурального числа.

II семестр

1. Бінарні операції на множинах. Важливі види бінарних операцій: асоціативні, комутативні.
2. Нейтральний елемент, обернений (протилежний) елемент до даного відносно бінарної операції.
3. Поняття групи. Приклади груп (абелевої, неабелевої, скінченної, нескінченної, числової, матричної, групи підстановок). Носій групи, порядок групи.
4. Симетрична та знакозмінна групи, їх порядок.
5. Групи дієдра.
6. Група кватерніонів.
7. Найпростіші властивості груп.
8. Порядок елемента у групі.
9. Підгрупа. Критерій підгрупи. Приклади підгруп.
10. Циклічні групи. Приклади циклічних груп.
11. Теорема про підгрупи циклічної групи.
12. Ізоморфність циклічних груп.
13. Праві та ліві суміжні класи групи за підгрупою, їх властивості.
14. Теорема Лагранжа, наслідки з неї.
15. Нормальні підгрупи. Приклади нормальних підгруп у групах.
16. Ізоморфізм та гомоморфізм груп. Приклади.
17. Властивості гомоморфізмів груп.
18. Ядро гомоморфізму. Лема про ядро гомоморфізму групи.
19. Фактор-група групи за нормальною підгрупою.
20. Природний гомоморфізм.
21. Основна теорема про гомоморфізм.
22. Означення кільця. Класифікація кілець за властивостями множення. Приклади кілець (комутативного, некомутативного, скінченного, нескінченного, з одиницею, без одиниці).
23. Найпростіші властивості кілець.
24. Дільники нуля та одиниці в кільцях. Властивості дільників нуля та одиниці. Приклади.
25. Область цілісності.
26. Підкілець. Критерій підкілець. Приклади.
27. Ідеали кілець. Головні ідеали. Приклади ідеалів.
28. Кільця головних ідеалів. Евклідові кільця. Означення і приклади.
29. Ізоморфізми та гомоморфізми кілець. Приклади.
30. Властивості гомоморфізмів кілець.
31. Ядро гомоморфізму кільця.
32. Основна теорема про гомоморфізми кілець.
33. Поля. Приклади.
34. Підполе. Критерій підполя.
35. Найпростіші властивості полів.
36. Характеристика поля.
37. Прості поля.
38. Скінченні поля.
39. Розширення полів. Алгебраїчні та трансцендентні елементи.
40. Теорема про просте розширення поля.
41. Будова простого алгебраїчного розширення поля.
42. Алгебраїчні і трансцендентні числа. Поле алгебраїчних чисел.

Політика викладача щодо здобувача

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки, загально-прийнятих морально-етичних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття без поважних причин; користування мобільним телефоном

або іншими мобільними пристроями під час заняття не з навчальною метою, зокрема розмови, переписка, ігри та інші розваги; списування. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. У випадку запровадження дистанційної форми навчання, що може бути пов'язано із карантинном, надзвичайними ситуаціями, воєнним станом і т. ін., заняття проводитимуться в режимі відео конференції Zoom та / або з використанням платформи Moodle <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>. Матеріал пропущених занять здобувач опрацьовує самостійно, звітує про виконання викладачу в індивідуальному порядку. Пропущені заняття не звільняють студента від вчасного виконання модульних контрольних робіт разом із групою.

Перезарахування окремих змістових модулів, модульних контрольних заходів в межах освітнього компонента регламентується Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки <https://cutt.ly/erMCERSG>.

Політика щодо академічної доброчесності

Під час навчання учасники освітнього процесу зобов'язані дотримуватися академічної доброчесності: етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності <https://cutt.ly/VrMCNwQN>.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу.

Перескладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література та Інтернет-ресурси

Основна

1. Волошина Т.В. Елементи теорії груп: навч. посіб. Луцьк : Вежа-Друк, 2023. 144 с.
2. Волошина Т.В. Групи, кільця, поля: курс лекцій. Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 84 с.
3. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел : навч. посіб. у 2 ч. К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2006. Ч. 1. 400 с.
4. Філозоф К.Ф. Основи теорії чисел: курс лекцій. Луцьк: РВВ «Вежа», Волин. держ. ун-т ім. Лесі Українки, 2010. 132 с.
5. <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/course/view.php?id=14>

Додаткова

1. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г. Елементи теорії чисел: навч. посіб. К. : ВПЦ «Київський університет», 2003. 202 с.
2. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г. Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія кілець і полів). К. : ВПЦ «Київський університет», 2020. 137 с.
3. Ганюшкін О.Г., Безущак О.О. Теорія груп. К. : ВПЦ «Київський університет», 2005. 122 с.
4. Ганюшкін О.Г., Безущак О.О. Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп). К. : ВПЦ «Київський університет», 2007. 103 с.

5. Гудивок П.М., Кирилюк О.А., Погоріляк Є.Я., Тилищак О.А., Юрченко Н.В. Практикум з алгебри і теорії чисел. Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2008. 64 с.
6. Оглобліна О.І., Сушко Т.С., Шрамко Ю.В. Елементи теорії чисел : навч. посіб. Суми : СумДУ, 2015. 186 с.

Затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики

протокол № 3 від 23 вересня 2025 р.

Завідувач кафедри

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Федуник-Яремчук О.В.

Волошина Т.В.