

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Волинський національний університет імені Лесі Українки**  
**Факультет інформаційних технологій і математики**  
**Кафедра математичного аналізу та статистики**

**СИЛАБУС**  
**обов'язкового освітнього компонента**

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ II**  
(назва освітнього компонента)

**підготовки бакалавра**  
(назва освітнього рівня)

**спеціальності 111 Математика**  
(шифр і назва спеціальності)

**освітньо-професійної програми Математика**  
(назва освітньо-професійної програми)

**Силабус освітнього компонента** «Математичний аналіз II» підготовки бакалавра галузі знань 11 Математика та статистика, спеціальності 111 Математика за освітньо-професійною програмою Математика (ОПП затверджено рішенням Вченої ради ВНУ імені Лесі Українки, протокол №8 від 29.06.2023 року)

**Розробник:** доцент, кандидат фізико-математичних наук Федунік-Яремчук О.В.

**Погоджено**

Гарант освітньо-професійної програми:



доц. Волошина Т.В.

**Силабус освітнього компонента затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики**

протокол № 3 від 25 09 2024 р.

Завідувач кафедри: О.В. Федунік-Яремчук



доц. Федунік-Яремчук О.В.

## I. Загальний опис освітнього компонента

| Найменування показників         | Галузь знань, спеціальність, освітньо-професійна програма, освітній рівень      | Характеристика освітнього компонента |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Денна (очна) форма навчання     | 11 Математика та статистика, 111 Математика, Математика, перший (бакалаврський) | Обов'язкова                          |
| Кількість годин/кредитів 390/13 |                                                                                 | Рік навчання другий                  |
|                                 |                                                                                 | Семестр третій, четвертий            |
| ІНДЗ: є                         |                                                                                 | Лекції 126 год.                      |
|                                 |                                                                                 | Практичні (семінарські) 128 год.     |
|                                 |                                                                                 | Самостійна робота 112 год.           |
|                                 |                                                                                 | Консультації 24 год.                 |
|                                 | Форма контролю: екзамен (3 семестр), екзамен (4 семестр)                        |                                      |
| Мова навчання                   |                                                                                 | українська                           |

## II. Інформація про викладача

ППП Федуник-Яремчук Оксана Володимирівна  
 Науковий ступінь кандидат фізико-математичних наук  
 Вчене звання доцент  
 Посада завідувач кафедри, доцент

Контактна інформація

Електронна адреса викладача: [Fedunyk-Yaremchuk.Oksana@vnu.edu.ua](mailto:Fedunyk-Yaremchuk.Oksana@vnu.edu.ua)  
Телефон: 050-140 54 98

Дні занять

Аудиторні заняття проводяться за розкладом:

<http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi>

Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.

## III. Опис освітнього компонента

### 1. Анотація курсу

Дисципліна «Математичний аналіз II» належить до переліку обов'язкових навчальних дисциплін, забезпечує професійний розвиток бакалавра та спрямована на формування в майбутнього фахівця основних понять, теоретичних положень і методів математичного аналізу та вміння застосувати їх до розв'язання прикладних задач.

У курсі «Математичний аналіз II» вивчаються такі розділи математичного аналізу: метричні простори; диференціальне числення функцій багатьох змінних; інтеграли, що залежать від параметра; інтегральне числення функцій багатьох змінних; потужність множин, множини на числовій прямій; функції обмеженої варіації та інтеграл Стільтєса; міра Лебега, інтеграл Лебега; ряди Фур'є, інтеграл та перетворення Фур'є.

2. *Пререквізити* (попередні курси, на яких базується вивчення освітнього компонента).

Елементарна математика в обсязі програми загальноосвітньої школи, основи теорії множин та елементи математичної логіки, що вивчаються в «Дискретній математиці», диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної, що вивчаються в курсі «Математичний аналіз І», теорія кривих та поверхонь, що вивчаються в «Аналітичній геометрії».

**Постреквізити** (освітні компоненти, для вивчення яких потрібні знання, уміння і навички, що здобуваються після закінчення вивчення даного освітнього компонента).

Результати навчання математичного аналізу II використовуються при вивченні дисциплін «Диференціальна геометрія», «Диференціальні рівняння», «Функціональний аналіз», «Комплексний аналіз», «Рівняння математичної фізики», «Теорія міри та інтеграла».

### **3. Мета і завдання освітнього компонента.**

Формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; оволодіння теоретичними основами, понятійним апаратом та методами математичного аналізу; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці; формування таких загальних та спеціальних компетентностей:

- **ЗК1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- **ЗК3.** Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
- **ЗК7.** Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- **ЗК9.** Здатність приймати обґрунтовані рішення.
- **ЗК13.** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків;  
**ЗК16.** Здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності;
- **СК1.** Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
- **СК3.** Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.
- **СК4.** Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.
- **СК5.** Здатність до кількісного мислення.
- **СК11.** Здатність зберігати та примножувати традиції волинської математичної наукової школи.

### **4. Результати навчання (Компетентності).**

Кінцеві програмні результати навчання, формуванню яких сприяє навчальна дисципліна «Математичний аналіз II»:

- **ПРН3.** Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.
- **ПРН4.** Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.
- **ПРН10.** Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.
- **ПРН11.** Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.
- **ПРН13.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.
- **ПРН21.** Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.
- **ПРН23.** Знати і вміти застосовувати основи теорії функцій та методи апроксимації при розв'язуванні практичних задач.

- **ПРН24.** Знати основні події життєвого та творчого шляху видатних культурних та наукових діячів Волині, здобутки волинської математичної спільноти.

#### 5. Структура освітнього компонента.

| Назви змістових модулів і тем                                                                                             | Усього     | Лекції    | Практичні заняття | Консультації | Самостійна робота | Форма контролю* / бали |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|-------------------|--------------|-------------------|------------------------|
| 1                                                                                                                         | 2          | 3         | 4                 | 5            | 6                 | 7                      |
| <b>Змістовий модуль 1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних</b>                                               |            |           |                   |              |                   |                        |
| Тема 1. Метричні простори.                                                                                                | 18         | 6         | 4                 | 2            | 6                 | УО, Р/2                |
| Тема 2. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.                                                                 | 50         | 16        | 18                | 2            | 14                | УО, Р/5                |
| <b>Разом за змістовим модулем 1</b>                                                                                       | <b>68</b>  | <b>22</b> | <b>22</b>         | <b>4</b>     | <b>20</b>         | <b>7</b>               |
| <b>Змістовий модуль 2. Інтеграли, що залежать від параметра</b>                                                           |            |           |                   |              |                   |                        |
| Тема 3. Інтеграли, які залежать від параметра.                                                                            | 34         | 12        | 10                | 2            | 10                | УО, Р/4                |
| Тема 4. Інтеграли Ейлера.                                                                                                 | 16         | 4         | 4                 | 2            | 6                 | УО, Р/2                |
| <b>Разом за змістовим модулем 2</b>                                                                                       | <b>50</b>  | <b>16</b> | <b>14</b>         | <b>4</b>     | <b>16</b>         | <b>6</b>               |
| <b>Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функцій багатьох змінних</b>                                                  |            |           |                   |              |                   |                        |
| Тема 5. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.                                                                    | 78         | 24        | 28                | 4            | 22                | УО, Р/7                |
| <b>Разом за змістовим модулем 3</b>                                                                                       | <b>78</b>  | <b>24</b> | <b>28</b>         | <b>4</b>     | <b>22</b>         | <b>7</b>               |
| <b>Види підсумкових робіт (3 семестр)</b>                                                                                 |            |           |                   |              |                   |                        |
| Модульна контрольна робота за ЗМ1                                                                                         |            |           |                   |              |                   | <b>20</b>              |
| Модульна контрольна робота за ЗМ2                                                                                         |            |           |                   |              |                   | <b>20</b>              |
| Модульна контрольна робота за ЗМ3                                                                                         |            |           |                   |              |                   | <b>20</b>              |
| ІНДЗ за ЗМ1                                                                                                               |            |           |                   |              |                   | <b>10</b>              |
| ІНДЗ за ЗМ3                                                                                                               |            |           |                   |              |                   | <b>10</b>              |
| <b>Всього годин /балів (3 семестр)</b>                                                                                    | <b>196</b> | <b>62</b> | <b>64</b>         | <b>12</b>    | <b>58</b>         | <b>100</b>             |
| <b>Змістовий модуль 4. Потужність множин. Множини на числовій прямій. Функції обмеженої варіації та інтеграл Стілтєса</b> |            |           |                   |              |                   |                        |
| Тема 6. Потужність множини.                                                                                               | 28         | 8         | 10                | 2            | 8                 | УО, Р/3                |
| Тема 7. Множини на числовій прямій.                                                                                       | 28         | 8         | 10                | 2            | 8                 | УО, Р/3                |
| Тема 8. Функції обмеженої варіації та інтеграл Стілтєса.                                                                  | 34         | 14        | 10                | 2            | 8                 | УО, Р/4                |
| <b>Разом за змістовим модулем 4</b>                                                                                       | <b>90</b>  | <b>30</b> | <b>30</b>         | <b>6</b>     | <b>24</b>         | <b>10</b>              |
| <b>Змістовий модуль 5. Інтеграл Лебега і ряди Фур'є</b>                                                                   |            |           |                   |              |                   |                        |
| Тема 9. Міра Лебега.                                                                                                      | 30         | 10        | 10                | 2            | 8                 | УО, Р/3                |
| Тема 10. Інтеграл Лебега.                                                                                                 | 30         | 10        | 10                | 2            | 8                 | УО, Р/3                |
| Тема 11. Ряди Фур'є. Інтеграл та перетворення Фур'є.                                                                      | 44         | 14        | 14                | 2            | 14                | УО, Р/4                |
| <b>Разом за змістовим модулем 5</b>                                                                                       | <b>104</b> | <b>34</b> | <b>34</b>         | <b>6</b>     | <b>30</b>         | <b>10</b>              |
| <b>Види підсумкових робіт (4 семестр)</b>                                                                                 |            |           |                   |              |                   |                        |
| Модульна контрольна робота за ЗМ4                                                                                         |            |           |                   |              |                   | <b>30</b>              |
| Модульна контрольна робота за ЗМ5                                                                                         |            |           |                   |              |                   | <b>30</b>              |
| ІНДЗ за ЗМ4                                                                                                               |            |           |                   |              |                   | <b>10</b>              |
| ІНДЗ за ЗМ5                                                                                                               |            |           |                   |              |                   | <b>10</b>              |

|                                        |            |            |            |           |            |            |
|----------------------------------------|------------|------------|------------|-----------|------------|------------|
| <b>Всього годин /балів (4 семестр)</b> | <b>194</b> | <b>64</b>  | <b>64</b>  | <b>12</b> | <b>54</b>  | <b>100</b> |
| <b>Всього годин</b>                    | <b>390</b> | <b>126</b> | <b>128</b> | <b>24</b> | <b>112</b> |            |

Методи контролю\*: УО – усне опитування, РЗ – розв’язування задач, ІНДЗ – індивідуальне завдання/індивідуальна робота здобувача освіти.

#### **6. Завдання для самостійного опрацювання.**

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

- Опрацювання матеріалу – 38 год. Перевірка здійснюється під час опитування та розв’язання задач.
- Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань – 38 год. Перевірка здійснюється під час практичних занять.
- Виконання ІНДЗ – 20 год. Перевірка здійснюється під час захисту ІНДЗ.
- Підготовка до контрольних робіт – 16 год. Перевірка здійснюється під час контрольного заходу.

### **IV. Політика оцінювання**

Оцінювання навчальних досягнень з дисципліни «Математичний аналіз II» здійснюється згідно «Положення про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів вищої освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/GNUonHt>) за 100 бальною шкалою. Кожен семестр оцінюється незалежно. Оцінка включає в себе поточний контроль (оцінюється робота на парах, вчасне і якісне виконання домашніх завдань, самостійне розв’язання індивідуальних завдань) та підсумковий модульний контроль (письмові модульні контрольні роботи).

Максимальна кількість балів, яку може отримати студент під час поточного оцінювання за семестр – 40 балів. Передбачається виконання індивідуальних завдань. Варіант ІНДЗ включає себе набір завдань, що охоплюють одну або кілька близьких тем.

Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за всі модульні контрольні роботи (МКР). Максимальна кількість балів, яку може заробити студент під час модульного контролю за семестр складає 60 балів. Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі відповідного змістового модуля і теоретичне питання з обґрунтуванням.

Призери студентської математичної олімпіади, яка проводиться на факультеті, можуть отримати додаткові (бонусні) бали за правильне розв’язання задач з математичного аналізу на олімпіаді, які зараховуються у поточне оцінювання.

Здобувачі вищої освіти мають можливість додатково отримати бали за виконання індивідуальних завдань дослідницького характеру, зокрема, написання та опублікування наукових тез та статей з тематики дисципліни. За рішенням кафедри здобувачам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, конкурсах студентських наукових робіт за тематикою ОК й досягли значних результатів, може бути присуджено додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю. Систему бонусних балів погоджує науково-методична комісія факультету інформаційних технологій і математики. При цьому загальна кількість балів, що вноситься до відомості за поточну роботу не може перевищувати 40 балів.

Підсумкова семестрова оцінка може виставлятися без складання екзамену за результатами поточного і модульного контролю у випадку, якщо студент успішно виконав усі завдання, передбачені програмою (силабусом), набрав при цьому не менше 75 балів і погоджується із цим результатом. Така оцінка виставляється в день проведення екзамену в присутності здобувача освіти. Якщо здобувач освіти бажає підвищити рейтинг, то він складає екзамен.

#### **Критерії оцінювання модульних контрольних робіт**

90%–100 % від максимальної кількості балів за МКР студент отримує, якщо при вивченні змістового модуля він показав розуміння теоретичних тверджень, знання викладає чітко, логічно, грамотно. Правильно розв’язує задачі, при цьому вільно застосовує теоретичні положення, передбачені силябусом.

75% – 89% від максимальної кількості балів за МКР студент отримує, якщо при вивченні певної теми показує розуміння теоретичного матеріалу, вміє застосовувати його до розв'язування задач, але допускає окремі несуттєві теоретичні помилки, помилки в обчисленнях.

60% – 74 % від максимальної кількості балів за МКР студент отримує, якщо він ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і формул, самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня, при відповідях на теоретичні питання не розуміє окремих моментів в доведеннях та обґрунтуваннях.

35% – 59 % від максимальної кількості балів за МКР студент отримує, якщо він має фрагментарні знання, допускає суттєві помилки, має низький рівень теоретичної підготовки, не вміє розв'язувати типові задач.

0% – 34 % від максимальної кількості балів за МКР студент отримує, якщо він не засвоїв основних понять, не вміє розв'язувати типові задачі, допускає суттєві помилки.

### ***Критерії оцінювання ІНДЗ***

9 – 10 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав всі завдання, повністю описав хід розв'язання, допустив лише неточності в оформленні чи незначну помилку в обчисленні.

7 – 8 балів ставиться, якщо студент не повністю дослідив поставлені завдання, допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.

5 – 6 балів ставиться, якщо студент не повністю розв'язав задачу або допустив помилки при розв'язанні завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх завдань.

3 – 4 бали ставиться, якщо студент пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості завдань.

1 – 2 бали ставиться, якщо студент під час роботи над ІНДЗ показав незнання основних методів розв'язування, допустив грубі помилки, виконав менше 30% від загальної кількості завдань.

### ***Вирішення конфліктних ситуацій***

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «Положення про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» » (<https://cutt.ly/c4y6eVI>).

### ***Політика викладача щодо здобувача освіти***

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://cutt.ly/j4y6zs9>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<http://surl.li/bdooop>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування.

Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання за програмою «Подвійний диплом») навчання може відбуватися в онлайн-формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з математичного аналізу, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення студента з іншого навчального закладу; під час поновлення студента на навчання до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності, програм «Подвійний диплом», під час здобуття студентом ступеня вищої освіти у двох і більше навчальних закладах або ОПП.

Підстава для визнання результатів навчання – це надана студентом академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) студента або додаток до диплому про попередню освіту. Рішення щодо зарахування залікових кредитів, отриманих у формальній освіті, приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

### ***Політика щодо академічної доброчесності***

Під час навчання учасники освітнього процесу зобов'язані дотримуватися Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/8NUhbbhB>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

### ***Політика щодо дедлайнів та перескладання***

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно, використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, інформаційні матеріали на ресурсі Moodle ( <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>), виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання.

Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Заборгованість із модуля повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії.

Перескладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються нижчою оцінкою.

## **V. Підсумковий контроль**

Екзамени проходять у письмовій формі (тривалість 90 хв.). На іспит виносяться основні питання, типові задачі, а також завдання, що потребують творчої відповіді та умінь синтезувати отриманні знання і застосовувати їх під час розв'язання практичних задач.

У кожному екзаменаційному білеті міститься по два теоретичних питання, також набір задач, вибраних із кожної модульної контрольної роботи відповідного семестру. Максимальна кількість балів, яку можна отримати на екзамені – 60 балів. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Оцінка за семестр у випадку складання іспиту є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час іспиту.

Повторне складання екзамену допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

### ***Перелік екзаменаційних питань***

#### **Питання для підготовки до іспиту (III семестр):**

1. Поняття метричного простору. Приклади метричних просторів.
2. Відкриті і замкнені кулі в метричних просторах. Відкриті множини, їх властивості.
3. Граничні точки. Замкнені множини в метричних просторах і їх властивості.
4. Збіжні послідовності в метричних просторах.
5. Сепарабельні метричні простори.
6. Повні метричні простори. Теорема Банаха.
7. Компактні множини та їх властивості.

8. Функції в просторі  $R^m$ . Границя функції в точці. Властивості границь. Подвійні і повторні границі.
9. Неперервні функції в метричних просторах.
10. Властивості неперервних на компактній функцій.
11. Частинні похідні, їх геометричний зміст.
12. Диференційовні функції багатьох змінних, їх властивості. Необхідна умова диференційовності. Достатня умова диференційовності.
13. Диференціювання складної функції кількох змінних.
14. Диференціал першого порядку та інваріантність його форми.
15. Частинні похідні вищих порядків. Теорема про рівність мішаних похідних.
16. Диференціали вищих порядків функцій багатьох змінних.
17. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних.
18. Похідна по напрямку. Градієнт функції.
19. Екстремуми функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму.
20. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції багатьох змінних на компактній.
21. Поняття неявно заданої функції однієї та багатьох змінної. Теорема про існування та диференційовність.
22. Диференційовні відображення векторнозначних функцій векторного аргументу.
23. Умовні екстремуми функцій багатьох змінних.
24. Поняття власного інтеграла, залежного від параметра. Неперервність по параметру. Приклади.
25. Граничний перехід під знаком власного інтеграла, залежного від параметра.
26. Диференціювання по параметру власного інтеграла, залежного від параметра. Формули Лейбніца.
27. Інтегрування по параметру власного інтеграла, залежного від параметра. Приклади.
28. Поняття невластивого інтеграла, залежного від параметра. Рівномірна збіжність, критерій Коші, ознаки Вейерштрасса, Абеля і Діріхле рівномірної збіжності невластивого інтеграла, залежного від параметра.
29. Властивості рівномірно збіжних невластивих інтегралів залежних від параметра (теорема про неперервність і граничний перехід).
30. Теорема про інтегрування і диференціювання по параметру невластивих інтегралів, залежних від параметра.
31. Інтеграл Діріхле.
32. Інтегрування по параметру невластивих інтегралів залежних від параметра по нескінченному проміжку. Інтеграл Пуассона.
33. Інтеграли Ейлера I роду. Властивості. Приклади.
34. Інтеграли Ейлера II роду. Властивості. Приклади.
35. Зв'язок між інтегралами Ейлера.
36. Формула Стірлінга.
37. Поняття подвійного інтеграла. Властивості подвійного інтеграла.
38. Обчислення подвійного інтеграла. Повторні інтеграли.
39. Криволінійні координати. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Приклади.
40. Застосування подвійного інтеграла. Приклади.
41. Поняття потрійного інтеграла. Основні властивості.
42. Обчислення потрійного інтеграла та його застосування. Заміна змінних в потрійному інтегралі.
43. Поняття криволінійного інтеграла I роду (по довжині дуги). Основні властивості. Обчислення та застосування криволінійного інтеграла I роду.
44. Поняття криволінійного інтеграла II роду (по координатах). Обчислення криволінійного інтеграла II роду.
45. Обчислення площі за допомогою криволінійного інтеграла II роду.
46. Формула Гріна.

47. Незалежність криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування. Знаходження функції за її повним диференціалом.
48. Способи задання поверхні в 3-вимірному просторі. Дотична площина і нормаль.
49. Поверхневі інтеграли I роду.
50. Поверхневі інтеграли II роду.
51. Формула Остроградського.
52. Формула Стокса.

#### **Питання для підготовки до іспиту (IV семестр):**

1. Відображення множин. Основні види відображень. Еквівалентні множини.
2. Зчисленні множини. Критерій зчисленності. Найпростіші властивості.
3. Теореми про об'єднання зчислених множин.
4. Незчисленність множини чисел сегмента  $[0;1]$ . Множини потужності континуум.
5. Теореми про об'єднання скінченної або зчисленої кількості множин потужності континуум.
6. Потужність множини всіх послідовностей натуральних чисел.
7. Порівняння потужностей.
8. Відкриті множини на прямій та їх будова.
9. Замкнені множини на прямій та їх будова.
10. Відкрита і замкнена множини Кантора.
11. Міра відкритих обмежених множин.
12. Міра замкнених обмежених множин.
13. Міра Жордана точкових множин на прямій.
14. Міра Лебега множин на прямій.
15. Вимірні за Лебегом множини та їх основні властивості.
16. Вимірні функції та їх найпростіші властивості.
17. Арифметичні дії над вимірними функціями.
18. Вимірність граничної функції.
19. Збіжність за мірою.
20. Інтеграл Лебега від обмежених функцій.
21. Властивості інтеграла Лебега від обмежених функцій.
22. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
23. Зв'язок між інтегралами Рімана і Лебега.
24. Інтеграл Лебега від необмежених функцій.
25. Монотонні функції та їх властивості.
26. Функції обмеженої варіації: означення, приклади та їх основні властивості.
27. Теореми про функції обмеженої варіації. Теореми Жордана.
28. Інтеграл Стілтєса по монотонній функції: означення, суми Дарбу- Стілтєса, достатні умови інтегровності.
29. Властивості інтеграла Стілтєса по монотонній функції.
30. Інтеграл Стілтєса по функції обмеженої варіації.
31. Обчислення інтеграла Стілтєса.
32. Граничний перехід під знаком інтеграла Стілтєса.
33. Функції сумовні з квадратом. Ортогональні системи функцій.
34. Поняття ряду Фур'є.
35. Середнє квадратичне відхилення частинних сум ряду Фур'є.
36. Ряди Фур'є для парних, непарних функцій.
37. Інтегральні зображення частинних сум ряду Фур'є.
38. Принцип локалізації Рімана.
39. Збіжність рядів Фур'є для кусково-гладких функцій.
40. Ряди Фур'є для  $2l$ -періодичних функцій.
41. Інтеграл Фур'є.
42. Інтеграл Фур'є в комплексній формі. Перетворення Фур'є.

## VI. Шкала оцінювання знань здобувачів освіти

| Оцінка в балах | Лінгвістична оцінка | Оцінка за шкалою ECTS |                                            |
|----------------|---------------------|-----------------------|--------------------------------------------|
|                |                     | оцінка                | пояснення                                  |
| 90–100         | Відмінно            | A                     | відмінне виконання                         |
| 82–89          | Дуже добре          | B                     | вище середнього рівня                      |
| 75–81          | Добре               | C                     | загалом хороша робота                      |
| 67–74          | Задовільно          | D                     | непогано                                   |
| 60–66          | Достатньо           | E                     | виконання відповідає мінімальним критеріям |
| 1–59           | Незадовільно        | Fx                    | Необхідне перескладання                    |

## VII. Рекомендована література та інтернет-ресурси

### МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Федунік-Яремчук О. В. Функції обмеженої варіації. Інтеграл Стілтєса: методичні вказівки. Луцьк: Східно-європ. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2019. 52 с.
2. Федунік-Яремчук О. В., Гембарська С.Б. Математичний аналіз в прикладах і задачах: навч. посіб. Луцьк: Східно-європ. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2019. 213 с. (Посібники та підручники СНУ імені Лесі Українки).
3. Федунік-Яремчук О.В. Ряди та перетворення Фур'є: методичні вказівки. Луцьк: Волин. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 46 с.
4. Федунік-Яремчук О. В., Бушев Д. М., Соліч К. В. Інтеграли, що залежать від параметра: методичні вказівки з дисципліни “Математичний аналіз”. Луцьк: Волин. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2023. 76 с.

### ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч.1. Київ: Вища школа, 2005. 448 с.
2. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч.2. Київ: Вища школа, 2005. 510 с.
3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч. 1. Київ: Либідь, 1994. 304 с.
4. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч. 2. Київ: Либідь, 1994. 320 с.
5. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 1. Київ: Вища школа, 1990. 383 с.
6. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 2. Київ: Вища школа, 1991. 366 с.

### ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у прикладах та задачах. Ч.1. Київ: Вища школа, 2002. 462 с.
2. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у прикладах та задачах. Ч.2. Київ: Вища школа, 2003. 470 с.
3. Денисьєвський М.О. Чайковський А.В. Збірник задач з математичного аналізу. Функції однієї змінної. Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2005. 240 с.
4. Tom Lindstrom. Mathematical Analysis. Department of Mathematics, University of Oslo, Norway, 2012. 186 p.